

氏名 澁谷 明人
(論文提出者の氏名を記入)

主論文審査の要旨

澁谷氏は学位論文において、第1章では次の高階非線形関数微分方程式
(A) $(p(t)|x^{(n)}(t)|^\alpha \operatorname{sgn} x^{(n)}(t))^{(n)} + q(t)|x(g(t))|^\beta \operatorname{sgn} x(g(t)) = 0$
を、第2章、第3章ではそれぞれ高階方程式への橋頭保としての2階非線形微分方程式
(B) $(p(t)x')' + q(t)x + Q(t)|x|^\gamma \operatorname{sgn} x = 0,$
(C) $x''(t) + q(t)|x(g(t))|^\gamma \operatorname{sgn} x(g(t)) = 0$
を考究の対象とし、それらの解の性質を振動性・非振動性に焦点を当てた研究を行い、その結果を拠り所にして解の全体構造を解明することを試みている。ここで、 α, β, γ は正定数、 $g(t), p(t), q(t), Q(t)$ は、 $[a, \infty), a \geq 0$ で定義された正值連続関数である。

第1章で澁谷氏は、方程式 (A) の非振動解（正值解）の無限遠における漸近挙動による分類を行い、分類されたクラスに属する正值解の存在を不動点定理を活用して示し、その上ですべての解が振動であるための必要十分条件を求めている。方程式 (A) が振動する状況（すべての解が振動）の特徴付けには、非線形 Sturm-Liouville 微分作用素内の関数 $p(t)$ が一般の連続関数では取扱いが困難なため、 $p(t)$ に正則変動性を課し、近年微分方程式の解の漸近解析の有用な手段として注目を集めている正則変動関数論を援用することを試み、方程式 (A) が振動するための新しい必要十分条件を導くことに成功している。

非振動型方程式 $x^{(n)} = 0$ に摂動項 $q(t)|x|^\gamma \operatorname{sgn} x$ を加えた方程式 (D)
 $x^{(n)} + q(t)|x|^\gamma \operatorname{sgn} x = 0$ に対して、

$$\int_a^\infty t^{n-1} q(t) dt = \infty \quad \text{if } \gamma > 1, \quad \int_a^\infty t^{(n-1)\gamma} q(t) dt = \infty \quad \text{if } \gamma < 1$$

の意味で $q(t)$ が“十分大きい”とき、方程式 (D) が振動することは、Kiguradze によって示されている。第2章で澁谷氏は、如何なる非振動型線形微分方程式 (E) $(p(t)x')' + q(t)x = 0$ も“十分大きい”摂動項 $Q(t)|x|^\gamma \operatorname{sgn} x$ を付加すれば必ず振動型の方程式 (B) に転化することを、(E) の基本解を利用して巧みに証明している。

常微分方程式とそれに“ずれの変数”を持ち込んだ関数微分方程式は、ずれの変数の“時刻 t ”との差が小さい場合には、それらの振動性は類似していることが多く観察されている。例えば、Emden-Fowler 方程式 (F) $x'' + q(t)|x|^\gamma \operatorname{sgn} x = 0$ とその姉妹関数微分方程式 (C) は、 $g(t)$ が $c_1 t \leq g(t) \leq c_2 t$ (c_1, c_2 は正定数) を満たすならば、同一の振動性を示す。では両方程式の非振動性は $g(t)$ の t からのずれにどのように影響されるのであろうか。この疑問に答えるために、澁谷氏は、 $g(t)$ が t と殆ど同じであれば、すなわち $g(t)$ が条件 $\lim_{t \rightarrow \infty} g(t)/t = 1$ を満たすならば、(C) の非振動性は (F) のそれと同一であろうと予想し、その予想が正しいことを、最近の正則変動理論に基づく (F) の非振動解の漸近解析の手法（草野と Manojlović による）を用いて証明した。この議論の詳細は第3章に述べられているが、澁谷氏の研究の結果、(C) のすべての正則変動解の存在と漸近挙動に関する全容が判明したことは価値ある知見と評価される。

【学位審査報告書の3、論文審査の結果の要旨のみを記入】

審査委員	理学専攻	数理科学講座担当教授	氏名	木村	弘信
審査委員	理学専攻	数理科学講座担当教授	氏名	三沢	正史
審査委員	理学専攻	数理科学講座担当教授	氏名	原岡	喜重
審査委員	情報電気電子専攻	応用数理講座担当教授	氏名	内藤	幸一郎
審査委員	教育学部	解析学講座担当准教授	氏名	谷川	智幸